物質工学専攻　化学工学（新垣）研究室

特異/分割型有限要素法による粘弾性急縮小流動解析

高橋　佑輔　/　服部　恭幸　/　岩田　修一　/　森　秀樹　/　新垣　勉

研究概略

コーナー点（**特異点**）において、圧力・応力の特異性により、特異点の有無により流動状態が全く異なる。そのため特異点を入れた計算が不可欠である。しかし、特異点近傍では数値振動が発生し、数値解析が困難である。

➡

特異点での圧力・応力の特異性を考慮した特異要素を導入！！
これにより高精度の収束解を得ることが可能となった。

支配方程式

※式中の^は反復前段の近似解（既知関数）を意味する

・連続式

$$\nabla \cdot \boldsymbol{v} = 0$$

・運動方程式

$$\rho \frac{\boldsymbol{v} - \hat{\boldsymbol{v}}}{\Delta t} + \omega_{\mathrm{v}} \left(\rho \hat{\boldsymbol{v}} \cdot \nabla \boldsymbol{v} + \nabla p - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} - \rho \boldsymbol{g} \right) + (1 - \omega_{\mathrm{v}}) \left(\rho \hat{\boldsymbol{v}} \cdot \nabla \hat{\boldsymbol{v}} + \nabla \hat{p} - \nabla \cdot \hat{\boldsymbol{\tau}} - \rho \boldsymbol{g} \right) = \boldsymbol{0}$$

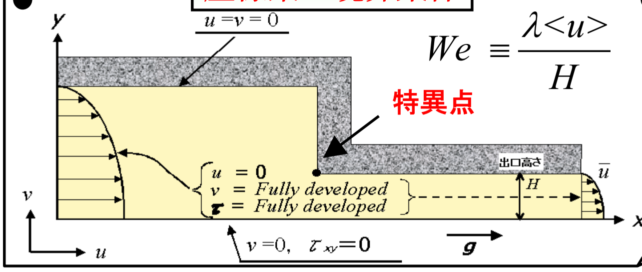
・構成方程式

$$\boldsymbol{\tau} = 2\eta_0 s \boldsymbol{S} + \boldsymbol{E}$$

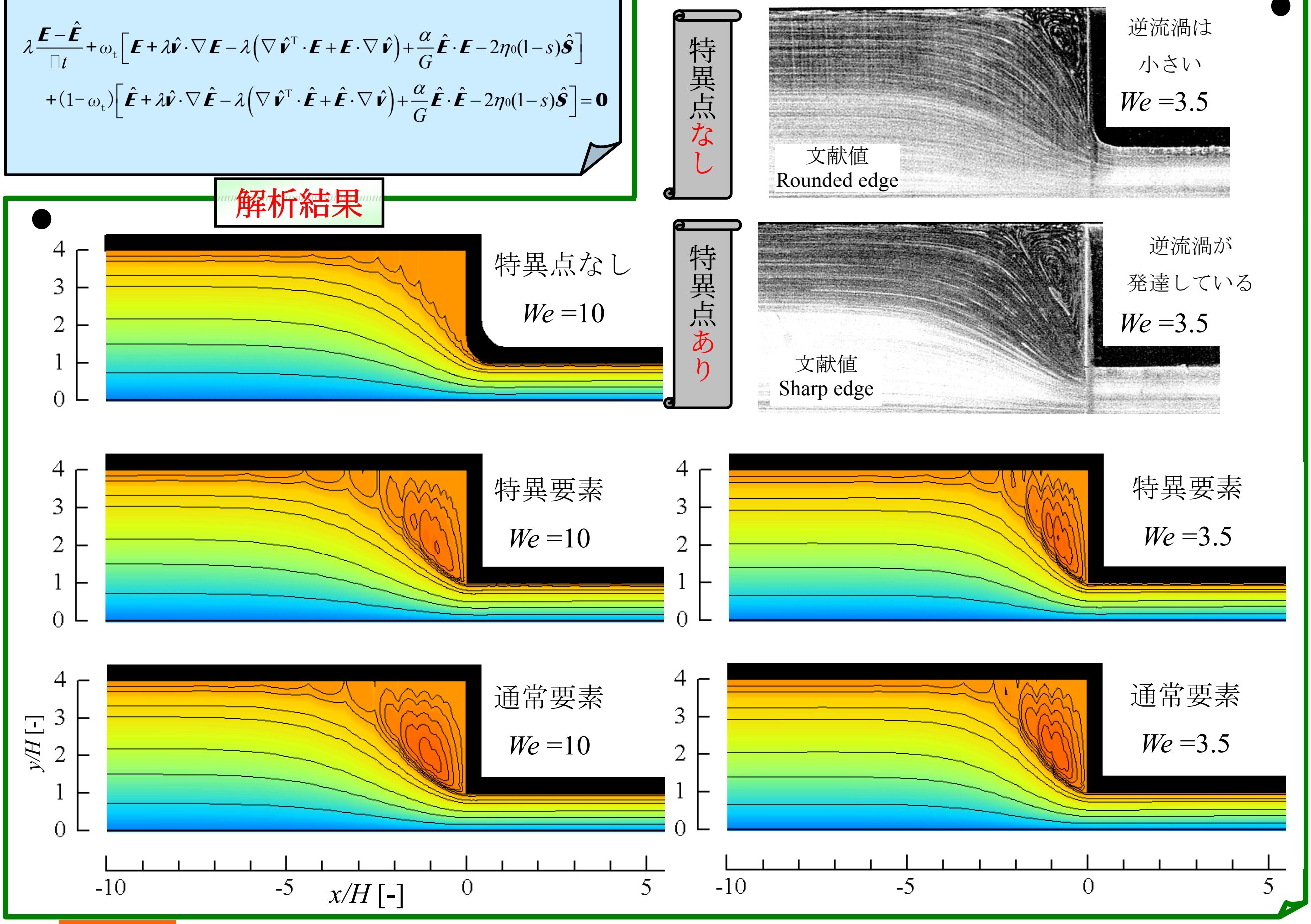
$$\lambda \frac{\boldsymbol{E} - \hat{\boldsymbol{E}}}{\Delta t} + \omega_{\mathrm{t}} \left[\boldsymbol{E} + \lambda \hat{\boldsymbol{v}} \cdot \nabla \boldsymbol{E} - \lambda \left(\nabla \hat{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{E} + \boldsymbol{E} \cdot \nabla \hat{\boldsymbol{v}} \right) + \frac{\alpha}{G} \hat{\boldsymbol{E}} \cdot \boldsymbol{E} - 2\eta_0 (1-s) \hat{\boldsymbol{S}} \right] + (1-\omega_{\mathrm{t}}) \left[\hat{\boldsymbol{E}} + \lambda \hat{\boldsymbol{v}} \cdot \nabla \hat{\boldsymbol{E}} - \lambda \left(\nabla \hat{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{T}} \cdot \hat{\boldsymbol{E}} + \hat{\boldsymbol{E}} \cdot \nabla \hat{\boldsymbol{v}} \right) + \frac{\alpha}{G} \hat{\boldsymbol{E}} \cdot \hat{\boldsymbol{E}} - 2\eta_0 (1-s) \hat{\boldsymbol{S}} \right] = \boldsymbol{0}$$

座標系＆境界条件

$$We \equiv \frac{\lambda \langle u \rangle}{H}$$



解析結果



まとめ

特異点問題を避けようとしてコーナーを丸くすると、全く異なる結果が得られてしまう。したがって特異点を含む系では、特異性を考慮した特異要素の導入が必要である。